75.43 Introducción a los Sistemas Distribuidos - 75.33 Redes y Teleprocesamiento I ***1° Cuatrimestre de 2004 Práctica de laboratorio N° 3***

Entrega de la práctica resuelta: Se deben contestar todas las preguntas en forma manuscrita y agregar los gráficos creados con el Dadisp (no se aceptan fotocopias) con sus respectivos titulos y referencias en la respuesta a la cual corresponde. La práctica se resuelve la primera parte el **martes 27 de abril** y la segunda parte (Muestreo) el **viernes 30 de abril**.

DADISP

DADISP es un programa de cálculo para el análisis de datos. Se encuentra en http://www.dadisp.com . En esta página hay una versión para estudiantes que para bajarla les exigirá registrarse primero. Este registro es muy importante para todos ya que permite que los autores conozcan la trascendencia de su programa y que consideren a nuestra Facultad para cualquier tipo de campaña publicitaria. Lo usaremos para fijar conceptos relacionados al Ancho de Banda, a las comunicaciones y al muestreo para generar archivos multimedia.

Conceptos Generales

Labbook: DADISP trabaja con un único *labbook* por vez. Se guardan como directorios en el *File System*. Estos directorios se deben manejar únicamente desde DADISP.

Worksheet: La unidad de trabajo mas común de DADISP. Es una colección de *windows*

Windows: Son las unidades que contienen una o mas series de datos como una *graphic view* o una *table*. Pueden contener fórmulas que hagan referencia a otras *windows*. Estas fórmulas se aplican a toda la serie de datos (*data vector)* de la *window*.

Al guardarse, las *worksheets* guardan tanto los datos como su *layout*. Si se desea guardar sólo el *layout* se deben borrar los datos y guardar la *worksheet* que en este caso se conoce como *template*.

Las ***data series*** son series de datos de cualquier origen para su proceso por DADISP. Las ***data tables*** son combinaciones de dos o mas *data series* y pueden guardarse como *data tables* o como *data series* individuales. DADISP puede tratar *data series* que no quepan en memoria. Un conjunto de *data series* relacionados se conoce como *data set* y DADISP puede almacenar y recuperar *data sets* en varios formatos.

De los ***menús*** de la barra de comando, comentaremos algunos.

- La opción ***data*** permite generar, leer, escribir, importar y exportar series de datos.
- ***Generate*** usa una variedad de funciones para generar datos, cada una por medio de un menú que permite especificar sus características.
- ***Analysis*** provee de herramientas para analizar los datos generados. Entre las menos obvias aparecen:
    - ***Reduction*** provee funciones para extraer regiones de datos, concatenar, replicar, intercalar, interpolar o reducir el número de muestras (*resampling*).
    - ***Reordering*** permite reordenar los datos de acuerdo a algún criterio.
    - ***Statistics*** calcula las estadísticas mas comunes.

- ***Math*** accede a funciones matemáticas para integrar, diferenciar, suavizar, generar distribuciones de amplitud o usar funciones logarítmicas o exponenciales.
- ***FFT/Spectral*** permite aplicar funciones espectrales a la serie bajo análisis.
- ***View*** permite cambiar los atributos de un gráfico en la *window* actual.
- ***Cursor*** permite colocar un cursor en un punto de la *window* actual y ver los valores de sus coordenadas.
- ***Tools*** permite crear herramientas para automatizar las tareas, ya sea usando *Series Programming Language (SPL)* o *macros*.

La versión para estudiantes parece estar limitada a 9 *windows* por *worksheet*. Esta limitación no será de importancia en esta materia y no está documentada.

Ejercicios para resolver con el DaDisp: Como en todos los informes se piden las respuestas manuscritas y los gráficos del Dadisp impresos con su correspondiente título al pie y usado en las respuestas, con sus referencias, si usó fuentes de información adicionales.

Procesamiento de señales

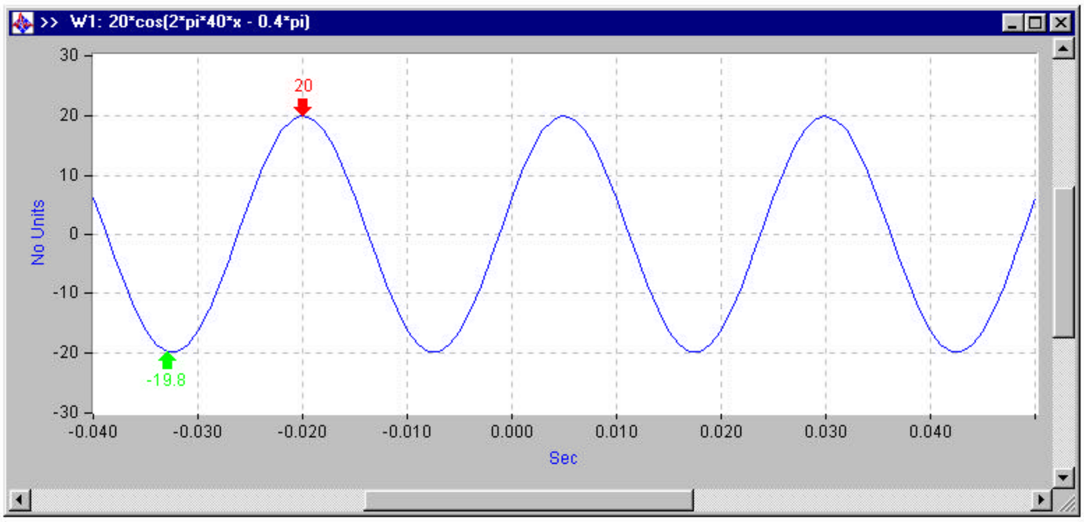
Ejercicio 1: Instale el **DADISP** desde la PC que se indique en el Windows de su PC en clase, u obténgalo de la página la versión para estudiante (solo debe registrarse, es shareware) de http://www.dadisp.com

Ejercicio 2: Lea, busque y haga un breve resumen de donde se encuentran las opciones del manual (al comienzo). Indique como se usan: complete este ejercicio a medida que va usando las distintas opciones durante la resolución de los ejercicios.

Ejercicio 3: Genere la siguiente onda: **x(t) = 20 cos (2 PI (40) t - 0.4 PI)**
Instrucciones de como hacerlo: Con el DaDisp ingresar a Data/Generate Data/y=F(x) ingresar x(t), poner los limites en -0.04 a 0.05 incremento 0.001, graficar, ingresar a Analysis/peak and valleys y poner el primer peak and valley y marcarlos, con el cursor buscar los siguientes y debe obtener el gráfico que se presenta a continuación:

i. ¿Cuales son los máximos de la señal ?

ii. ¿Cual es el intervalo de tiempo entre los sucesivos máximos de la señal?



Ejercicio 4: ¿Cuando se cumple que : $\mathbf{x(t + T_0) = x(t)}$?, o sea:

$$\mathbf{A \cos (w_0 (t + T_0) + g) = A \cos (w_0 t + g)}$$
$$\mathbf{\cos (w_0 t + w_0 T_0 + g) = \cos (w_0 t + g)}$$

i. ¿Que valor debe tener: $\mathbf{w_0 T_0}$ = ?

ii. ¿Que valor tiene $\mathbf{T_0}$ = ?

iii. Como se expresa T_0 en función de la frecuencia ? ¿En que unidades se expresa?

iv. Es importante entender el efecto del parámetro de la frecuencia, eligiendo diferentes valores para f_0 en la señal:

$$\mathbf{x(t) = 5 \cos(2\ PI\ f_0\ t)}$$

Los valores que toma f_0 son 0, 100 y 200.
¿Cuales son los valores de x(t) (los datos se obtienen seleccionando en la barra de herramientas "Graph style" y pasando por las distintas representaciones hasta obtener la lista de valores) para cada una de las distintas frecuencias?

v. ¿Cual es la relación entre frecuencia y periodo?

vi. ¿Como se llama la sinusoide de frecuencia 0 y por que tiene esa forma?

Ejercicio 5: ¿Que es un fasor?

Conceptos teóricos:

La fórmula de ***Euler*** de *exponencial compleja*:

$$\mathbf{e^{j\,q} = \cos q + j \text{ sen } q}$$

entonces $\mathbf{z = r\, e^{j\,q} = r \cos q + j\, r \text{ sen } q}$

Esta es la forma mas conveniente para hacer multiplicaciones o divisiones complejas, y es la base de la señal exponencial compleja.

Una señal exponencial compleja se define como: $\mathbf{G(t) = Ae^{j\,(w0\,t + g)}}$

La señal es una función con valores complejos de t, donde
la magnitud de **G(t)** es $\mathbf{|G(t)| = A}$ y
el ángulo de **G(t)** es $\mathbf{\arg G(t) = (w_0\, t + g)}$

Igual que con la sinusoide:
A es la *amplitud* y debe ser un número real positivo**,**
g es el desplazamiento en fase;
$\mathbf{w_0}$ es la frecuencia en radianes/segundo

La señal exponencial compleja se puede escribir también como:

$\mathbf{G(t) = Xe^{j\,w0\,t} = A\, e^{j\,g}\, e^{j\,w0\,t} = A\, e^{j\,q(t)}}$

donde $\mathbf{q(t) = w_0\, t + g}$

Fórmula inversa de Euler: Permite escribir la función coseno como:

$\mathbf{\cos q = (e^{j\,q} + e^{-j\,q}) / 2}$ y también $\mathbf{\text{sen } q = (e^{j\,q} - e^{-j\,q}) / 2}$

Entonces $\mathbf{A \cos (w_0 t + g) = A\ ((e^{j\,(w0\,t + g)} + e^{-j\,(w0\,t + g)})/ 2 = ½\, Xe^{j\,w0\,t} + ½\, X^*e^{-j\,w0\,t} =}$

$\mathbf{= ½\, G(t) + ½\, G^*(t)}$

$\mathbf{= Re\{G(t)\}}$

Donde * indica conjugado complejo.

Interpretación: la señal coseno real con frecuencia w_0 se compone de 2 señales exponenciales complejas: una con frecuencia positiva (w_0) y otra con frecuencia negativa ($-w_0$). La *amplitud compleja de la señal exponencial compleja de la frecuencia positiva es* $\mathbf{½\, X = ½\, A\, e^{j\,q}}$

Y *la de la frecuencia negativa* es $\mathbf{½\, X^* = ½\, A\, e^{-j\,q}}$

En otras palabras, una señal coseno real se puede representar como la suma de dos fasores que son conjugados uno del otro.

Exponenciales complejas y fasores:
Usando la fórmula de Euler la señal exponencial compleja puede expresarse en forma cartesiana como:

$$c(t) = A\ e^{j(w_0 t + g)} = A \cos(w_0\ t + g) + j\ A\ \mathrm{sen}\ (w_0\ t + g)$$

Suma de fasores: la suma de 2 o mas señales sinusoides con igual frecuencia y diferentes amplitudes y desplazamiento en fase. (Nota:$SUM^N_{k=1}$ leer como sumatoria de k= 1 a N)

$$SUM^N_{k=1}\ A_k \cos(w_0\ t + g_k) = A \cos(w_0\ t + g) \qquad \textbf{N es un entero}$$

O sea que la suma de N señales coseno con distintas amplitudes y fases, pero igual frecuencia puede reducirse a una señal coseno de la misma frecuencia. Se puede hacer (con mucho trabajo) usando la identidad: $A_k \cos(w_0\ t + g_k) = A_k \cos g_k \cos(w_0\ t) - A_k\ \mathrm{sen}\ g_k\ \mathrm{sen}\ (w_0\ t)$

Ejercicio 6: Ejemplo con: 1.7 cos (2 PI (10) t + 70 PI / 180) + 1.9 cos (2 PI (10) t + 200 PI / 180) que se puede reducir a **A cos (2 PI (10) t + g)** donde

A = [1.7 cos (70 PI / 180) + 1.9 cos (200 PI / 180)]^2 +
[1.7 sen (70 PI / 180) + 1.9 sen (200 PI / 180)]^2 = 1.532 y

f = arctan([1.7 sen (70 PI / 180) + 1.9 sen (200 PI / 180)] /
[1.7 cos (70 PI / 180) + 1.9 cos (200 PI / 180)] = 141.79 PI / 180, o sea, 141.79 grados.

Para probarlo: $SUM^N_{k=1}\ A_k\ e^{j\,qk} = A\ e^{j\,q}$
Toda sinoidal se puede escribir de la forma:

$$A \cos(w_0\ t + g) = \mathit{Re}\{ A\ e^{j(w_0 t + g)} \} = \mathit{Re}\ \{ e^{j\,g}\ e^{j\,w_0 t} \}$$

Para cualquier conjunto de número complejos la suma de sus partes reales es:

$$\mathit{Re}\{SUM^N_{k=1}\ X_k \} = SUM^N_{k=1} \mathit{Re}\{X_k\}x(t) = SUM^N_{k=1} A_k \cos(w_0 t + g_k) =$$
$$= SUM^N_{k=1} \mathit{Re}\{ A_k\ e^{j(w_0 t + gk)} \} =$$
$$= \mathit{Re}\{ SUM^N_{k=1} A_k\ e^{j\,gk}\ e^{j\,w_0 t} \} = \mathit{Re}\{ (A\ e^{j\,q})e^{-j\,w_0 t} \} = \mathit{Re}\{ A\ e^{j(w_0 t + g)} \} =$$
$$= A \cos(w_0\ t + g)$$

o se puede hacer con fasores:

1) Si representamos a cada una por sus fasores:

$$X_1 = A_1\ e^{j\,q1} = 1.7\ e^{j\,70\,PI / 180}$$
$$X_2 = A_2\ e^{j\,q2} = 1.9\ e^{j\,200\,PI / 180}$$

2) Convertimos a rectangular

$$X_1 = 1{,}7 \cos(70\ PI / 180) + 1{,}7\ \mathrm{sen}\ (70\ PI / 180) = 0{,}5814 + j1{,}597$$
$$X_2 = 1{,}9 \cos(200\ PI / 180) + 1{,}9\ \mathrm{sen}\ (200\ PI / 180) = -1{,}785 - j10{,}6498$$

3) Sumamos las partes reales e imaginarias:

$$X_3 = (0{,}5814 + j\ 1{,}597) + (-1{,}785 - j\ 10{,}6498 = \qquad -1.204 - j\ 0{,}9476$$

4) Convertir a forma polar

$$X_3 = r\ e^{j\,q} = 1{,}532\ e^{j\,141.79\,PI / 180}$$
$$x_3(t) = 1.532 \cos(2\ PI\ (10)\ t + 141.79\ PI / 180)$$

i. Compruebe graficando 1.7 cos (2 PI (10) t + 70 PI / 180) + 1.9 cos (2 PI (10) t + 200 PI / 180) y 1.532 cos (2 PI (10) t + 141.79 PI / 180).

ii. ¿Cual es la frecuencia y el periodo de ambas?

Ejercicio 7: Defina el espectro de una señal

Ejercicio 8: Estudiamos las propiedades de una sinusoide:

$\mathbf{x(t) = A \cos(2\, PI\, f_0\, t + g) = Re\{ X\, e^{j\,(2\, PI\ f_0\, t)} \}}$ donde X es un fasor $\mathbf{X = Ae^{j\,g}}$ y vimos como un fasor simplifica la suma de sinusoides de igual frecuencia.

Veamos ahora como construir ondas mas complejas del tipo:

$$\mathbf{x(t) = A_0 + SUM^N_{k=1}\ A_k \cos(2\, PI\, f_k\, t + g_k) =}$$
$$\mathbf{= X_0 + Re\{SUM^N_{k=1} A_k\, e^{j\, 2\, PI\, fk\, t}\}}$$

donde $\mathbf{A_0 = X_0}$ y es una *constante real.* $\mathbf{X_K}$ es una *amplitud compleja* (*un fasor*) para la *frecuencia exponencial compleja* $\mathbf{f_k}$.

La formula inversa de Euler nos permite representar x(t) en una forma alternativa:

$$\mathbf{x(t) = X_0 + \{SUM^N_{k=1} \tfrac{1}{2}\, X_k\, e^{j\, 2\, PI\, fk\, t} + \tfrac{1}{2}\, X_k^*\ e^{-j\, 2\, PI\, fk\, t}\}}$$

i) ¿Cual es la frecuencia de cada uno de los fasores?

Definimos el espectro de 2 lados de una señal compuesta por sinusoides como el conjunto de los 2 N+1 fasores y las 2 N+1 frecuencias de la señal.

Entonces nuestra definición de espectro es el conjunto de pares:

$$\mathbf{\{(X_0, 0), (1/2\ X_1, f_1), (1/2\ X_1^*, f_1), (1/2\ X_2, f_2), (1/2\ X_2^*, f_2), \ldots\}}$$

cada par $\mathbf{(1/2\ X_k, f_k)}$ indica la magnitud y fase relativa del componente sinusoide con frecuencia f_k y es la representación en el dominio de las frecuencias de la señal.

ii) Aplique la formula inversa de Euler a:

$$\mathbf{x(t) = 10 + 14 \cos(2\, PI\, 100\, t - PI / 3) + 8 \cos(2PI\, 250\, t + PI / 2)}$$

y obtenga los 5 fasores que representan el espectro de la señal.

iii) Grafique x(t) y verifique el espectro que obtiene ¿Que obtiene? Encuentre la relación con sus cálculos.

Multiplicación de sinusoides:

Ejercicio 9: Crear una nota de batido: Ejemplo: $\mathbf{x(t) = sen(10\, PI\, t) \cos(PI\, t)}$

i) Escriba como una suma antes de definir su espectro usando la formula inversa de Euler.

ii) Grafique ambas (la multiplicación y la suma)

iii) ¿Cuales son sus espectros?

Ejercicio 10: Estas notas se obtienen sumando dos sinusoides con casi la misma frecuencia (2 teclas cercanas en un piano). Y como vimos antes la suma de dos sinusoides se puede expresar como un producto. Entonces podemos deducir la siguiente relación entre la señal de batido, su espectro y la forma del producto con una combinación aditiva de 2 sinusoides muy cercanas:

$$\mathbf{x(t) = \cos(2\, PI\, f_1\, t) + \cos(2\, PI\, f_2\, t)}$$

y las dos frecuencias se pueden expresar como:

$$\mathbf{f_1 = fc - fd\ \ y\ \ f_2 = fc + fd,}$$

siendo **fc la frecuencia central** $\mathbf{= \tfrac{1}{2}(f_2 + f_1)}$ **y** $\mathbf{fd = \tfrac{1}{2}(f_2 - f_1)}$

i) ¿Cual es el espectro?

Ejercicio 11:. Se denomina **modulación en amplitud** al proceso de multiplicar una señal de baja frecuencia por una sinusoide de alta frecuencia (AM).

La señal AM $\mathbf{x(t) = v(t) \cos(2\, PI\, fc\, t)}$

donde **v(t)** es la señal de baja frecuencia y

fc es la alta frecuencia llamada frecuencia portadora o carrier.

i) Grafique x(t) y espectro para $\mathbf{v(t) = 5 + 2 \cos(2\, PI\, 20\, t)}$ y $\mathbf{fc = 200\ Hz}$

ii) Grafique x(t) y espectro para fc = 700 Hz

iii) ¿Cual es la diferencia entre AM y la de batido (diferencia visual)? (Observe ambos gráficos)

iv) ¿Cual es f_1 y f_2?

Ejercicio 12:. Vimos que si sumamos 2 ondas coseno de la misma frecuencia obtenemos una onda coseno de la misma frecuencia y que la multiplicación de sinusoides es lo mismo que sumar componentes de distintas frecuencias.
Otro fenómeno interesante ocurre cuando se suman 2 o mas ondas coseno que tienen frecuencias relacionadas armónicamente como en:

$$x(t) = A_0 + SUM^{N}_{k=1} A_k \cos (2 \ PI \ f_k \ t + g_k)$$

i) ¿Cual es componente de DC y cual es su frecuencia?

ii) ¿Cuales son las otras frecuencias para considerarlas armónicas?

iii) ¿Cual es la teoría de las series de Fourier?

iv) Grafique una suma de armónicas y su espectro.

Ejercicio 13:. Defina una onda cuadrada expresada en función de cosenos. usando f_0 = 25 Hz
$f_k = k\ f_0$, grafique las 3 primeras armónicas, luego las 7 primeras y luego las 17 primeras

Ejercicio 14: Ídem ejercicio anterior pero para una onda triangular.

Ejercicio 15:. ¿Qué ocurre si no están relacionadas las frecuencias entre si? Ejemplo con f_0 = 10 Hz:

$$x_h (t) = 2 \cos (2 \ PI \ 10 \ t) - 2/3 \cos (2 \ PI \ 3 (10) \ t) + 2/5 \cos (2 \ PI \ 5 (10) \ t)$$

Creamos una nueva con una pequeña perturbación en esta:

$$x_h (t) = 2 \cos (2 \ PI \ 10 \ t) - 2/3 \cos (2 \ PI \ (\text{raíz cuadrada de } 8) (10) \ t) + $$
$$+ 2/5 \cos (2 \ PI \ (\text{raíz cuadrada de } 27) (10) \ t)$$

Grafique y conteste:

i) ¿Que es lo que cambia, amplitudes o frecuencias?

ii) ¿Cual es el patrón de repetición?

Muestreo

Usamos las sinusoides como nuestros modelos para señales reales.
$x[n] = x(n\ T_s) = A \cos (w\ n\ T_s + g) = A \cos (w'\ n + g)$
Donde $w'\ n = wT_s$ es la *frecuencia normalizada discreta en radianes en el tiempo* y **x[n]** es *señal coseno discreta en el tiempo.*
Observación: Hay un número infinito de señales sinusoides continuas en el tiempo que se pueden transformar en la misma sinusoide discreta por muestras, solamente se necesita cambiar el período de muestreo cambiando la frecuencia de la sinusoide continua en el tiempo.

Ejemplo: 1) si **w = 200 PI radianes / segundo T_s = 1 / 2000 segundos**
calculamos **w' = 0,1 PI radianes**
2) si **w = 2000 PI radianes / segundo T_s = 1 / 20000** segundos
calculamos **w'= 0,1 PI radianes** igual que antes.

Ejercicio 1.

i) Hacer un muestre con el DaDisp: **$x(t) = \cos(2 PI\ 100\ t)$** su señal discreta es:

$x[n] = \cos(2 PI\ 100\ n\ T_s)$ con **$T_s = 0.0005$** entonces **$f_s = 2000$ muestras / segundo**

ii) Ídem con **$x[n] = \cos(2 PI\ 100\ n\ T_s)$** con **$T_s = 0{,}002$** con **$f_s = 500$ muestras / segundo**.

iii) ¿Si no sabemos la velocidad de muestreo, podemos determinar la frecuencia?

iv) Sabiendo que **$f_s = 1 / T_s$** calcule x[n] para cada una de las anteriores y la cantidad de muestras.

El **teorema de Shannon formalmente**: Una señal continua en el tiempo x(t) con una frecuencia no mayor que **fmax** puede ser reconstruida exactamente de sus muestras
$x[n] = x(n\ T_s)$, si las muestras se toman a **$f_s = 1 / T_s > 2\ fmax$**
Toma en cuenta 2 aspectos:
1. habla de reconstrucción de la señal de sus muestras pero no específica el algoritmo de reconstrucción.
2. da la velocidad mínima de muestreo que es dependiente del contenido en frecuencias de x(t).
Esta *velocidad mínima* se conoce como *Nyquist rate*.

Aliasing: ¿Que pasa si NO se hacen muestreos lo suficientemente rápido? Podemos derivar una fórmula que da la interrelación ente la *frecuencia* **f_0** y la *velocidad de muestreo* **f_s**

$x(t) = A \cos(2 PI\ f_0\ t + g)$

Si se hacen muestras de **x(t)** con periodo **T_s**

$x[n] = x(n\ T_s) = A \cos(2 PI\ f_0\ n\ T_s + g)$

Consideremos otra sinusoide con igual amplitud y fase y con frecuencia

$f_0 + L\ f_s$ con **L** entero y **$f_s = 1 / T_s$**

$y(t) = A \cos(2 PI\ (f_0 + L\ f_s) + g)$

Si se hacen muestras **y(t)** con periodo T_s

$$\begin{aligned} y[n] = y(n\ T_s) &= A \cos(2 PI\ (f_0 + L\ f_s)\ n\ T_s + g) = \\ &= A \cos(2 PI\ f_0\ n\ T_s + 2 PI\ L\ f_s\ T_s + g) = \\ &= A \cos(2 PI\ f_0\ n\ T_s + 2 PI\ L + g) = \\ &= A \cos(2 PI\ f_0\ n\ T_s + g) = x[n] \end{aligned}$$

Entonces **y[n]** tiene las mismas muestras que **x[n]** que no es distinguible de **x[n].** *El número L es positivo o negativo, hay infinitas sinusoides que dan la misma secuencia de muestras.*
Las frecuencias **$f_0 + L\ f_s$** son *aliases de f_0 con respecto a la frecuencia de muestreo f_s.*

Folding: Una *segunda fuente de señales aliases viene de las componentes negativas en frecuencia de la onda coseno*. Son frecuencias **$-f_0 + L\ f_s$** con **L** entero positivo o negativo.

Tenemos que **$r(t) = A \cos(2 PI\ (-f_0 + L\ f_s) - g)$**

Si se hacen muestras **r(t)** con periodo **T_s**

$$\begin{aligned} r[n] = r(n\ T_s) &= A \cos(2 PI\ (-f_0 + L\ f_s)\ n\ T_s - g) = \\ &= A \cos(-2 PI\ f_0\ n\ T_s + 2 PI\ L\ f_s\ T_s - g) = \\ &= A \cos(-2 PI\ f_0\ n\ T_s + 2 PI\ L - g) = \\ &= A \cos(2 PI\ f_0\ n\ T_s + g) = x[n] \end{aligned}$$

(la función coseno es una función par cos (-a) = cos (a)

Tenemos dos clases de señales *alias* que no son distinguibles de x(t) cuando la velocidad de muestreo es **$f_s = 1 / T_s$.**

Ejercicio 2:

i) Grafique con el Dadisp con **$x[n] = \cos(2 PI\ (100)\ n\ T_s)$** con **Ts = 0,001**

ii) Grafique *el Alias*: **y[n] = cos (2 PI (100 + 3 * 1 / 0.001) n T_s)** con **Ts = 0,001**

iii) Grafique *el Folding*: **r[n] = cos (2 PI (-100 + 3 * 1 / 0.001) n T_s)** con **Ts = 0,001**

iv) Compare la forma de la onda y su espectro

Muestreo excesivo (Over Sampling): En general tratamos de evitar el *aliasing* y *folding* con muestras a una tasa mayor que 2 veces la frecuencia mayor.

Ejercicio 3: *Utilice y = F(x) entre 0 y 3, revise con la opción i en el menú que la cantidad de muestras es la correcta.*

i) Grafique y explique para **x(t) = cos (2 PI (100) t + g)** con **f_0 = 100 Hz** y **f_s = 1000 muestras / seg.**

ii) Aplique el teorema de Shannon. ¿Cuantas muestras requiere para tener la información necesaria para reconstruir la señal?

DaDisp interpola linealmente, pero tiene otras funciones como SPLINE(Wn, 10), donde Wn es el worksheet que contiene a las muestras de x(t) e interpola usando una polinomial de 3° orden, agregando 10 puntos entre cada punto de la original. (ver Help)

Aliasing producido por muestreo insuficiente (under sampling): Cuando **f_s < f_0** estamos frente a un caso de *under sampled*.

Ejercicio 4: *Use y = F(x) como en el caso anterior.*

i) Para la misma x(t) anterior con **f_s = 80 Hz**, se puede observar que hay una distorsión por *aliasing*.

ii) ¿Cual es la sinusoide que reconstruye? Haga un Overplot con el muestreo con over sampling (ejercicio 3 i) con 4 i)

iii) ¿Que efecto produce el aliasing si la velocidad de muestreo es igual a la frecuencia.?

Folding por Under sampling:

Ejercicio 5: En el siguiente gráfico se ve como el *under sampling* puede llevar al *folding*: con una velocidad de muestreo de **f_s = 125 muestras / seg**. En este caso la frecuencia original esta fuera del rango
-f_s / 2 y + f_s / 2.

i) ¿ Cuales son las *dos aliases* que hay en esa región? Compruebe graficando y obteniendo espectro.